10-Amaliy topshiriq

Mavzu: Kombinatorikaning asosiy qoidalari.

Reja:

1. **Kombinatorika tarixi.**
2. **Kombinatorika elementlari.**

1.Kombinatorika tarixi. Kombiaatorika (Kombinatorik tahlil) — bu diskret matematikaning diskret to'plam elementlarini berilgan qoidalar saosida tanlash va joylashtirish bilan bog’liq bo’lgan masalalarni yechish usullarini o’rganuvchi bo’limdir.

Kombinatorikaning ba’zi elementlari eramizdan oldingi II asrda hindistonliklarga ma’lum edi. Ular hozirgi vaqtda gruppalashlar deb ataluvchi kombinatorik tushunchadan foydalanishgan. Eramizning XII asrida Bxaskara Acharya o‘zining ilmiy tadqiqotlarida gruppalash va o‘rin almashtirishlarni qo‘llagan. Tarixiy ma’lumotlarga ko‘ra, hindistonlik olimlar kombinatorika elementlaridan, jumladan, birlashmalardan foydalanib, she’riy asarlar tarkibiy tuzilishining mukammalligini tahlil qilishga uringanlar.

Umuman olganda, kombinatorikaning dastlabki rivoji qimor o‘yinlarini tahlil qilish bilan bog‘liq. Ba’zi atoqli matematiklar, masalan, B. Paskal , Yakob Bernulli , L. Eyler, P. L. Chebishev turli o‘yinlarda (tanga tashlash, soqqa tashlash, qarta o‘yinlari va shu kabilarda) ilmiy jihatdan asoslangan qaror qabul qilishda kombinatorikani qo‘llashgan.

XVII asrda kombinatorika matematikaning alohida bir ilmiy yo‘nalishi sifatida shakllana boshladi. B. Paskal o‘zining “Arifmetik uchburchak haqida traktat” va “Sonli tartiblar haqida

traktat” (1665 y.) nomli asarlarida hozirgi vaqtda binomial koeffitsientlar deb ataluvchi sonlar haqidagi ma’lumotlarni keltirgan. P. Ferma esa figurali sonlar bilan birlashmalar nazariyasi orasida bog‘lanish borligini bilgan.

“Kombinatorika” iborasi G. Leybnisning“ Kombinatorik san’at haqidagi mulohazalar” nomli asarida birinchi bor 1665 yilda keltirilgan. Bu asarda birlashmalar nazariyasi ilmiy jihatdan ilk bor asoslangan. O‘rinlashtirishlarni o‘rganish bilan birinchi bo‘lib Yakob Bernulli shug‘ullangan va bu haqdagi ma’lumotlarni 1713 yilda bosilib chiqqan “Ars conjectandi” (Bashorat qilish san’ati) nomli kitobining ikkinchi qismida bayon qilgan. Hozirgi vaqtda kombinatorikada qo‘llanilayotgan belgilashlar XIX asrga kelib shakllandi.

2.Kombinatorika elementlari. Biror qoida bo'yicha chekli sondagi elementlardan tuzilgan to'plamning mumkin bo'lgan barcha turli xil kombinatsiyalarini hisoblashga doir masalalar kombinatorika masalalari deyiladi. Diskret matematikaning bunday masalarini yechish bilan shug'ullanadigan bo'limi kombinatorika deyiladi.

Qo`shish qoidasi. Agar A ob'ekt m ta usul bilan, B ob'ekt esa boshqa n ta usul bilan tanlanishi mumkin bo'lsa, u holda A yoki B tanlov $m+n$ ta usul bilan tanlanishi mumkin.

1-topshiriq

1-misol

1, 3, 6 va 8 raqamlaridan foydalanib o‘nli sanoq tizimida bir, ikki, uch, to‘rt xonali barcha sonlarni yozing.

1 xonali sonlar:

Faqat bitta raqamdan iborat: 1, 3, 6, 8

2 xonali sonlar:

Ikki xil raqamdan iborat, raqamlar takrorlanmaydi.

Hisoblash: P(4,2)=4×3=12P(4, 2) = 4*3 = 12 P(4,2)=4×3=12

3 xonali sonlar:

Uchta raqamdan iborat, har biri turli:

Hisoblash: P(4,3)=4×3×2=24P(4, 3) = 4*3*2 = 24 P(4,3)=4×3×2=24

4 xonali sonlar:

Barcha 4 raqamdan foydalaniladi, tartibi farqli:

Hisoblash: P(4,4)=4!=24P(4, 4) = 4! = 24P(4,4)=4!=24

3 - misol.

Agar uch xonali sondan undagi raqamlari teskari tartibda yozishdan hosil bo’lgan uch xonali son ayirilsa, hosil bo’lgan ayirmaning moduli 9 ga va 11 ga bo’linilishini isbotlang.

Uch xonali sonni quyidagicha yozamiz:

Son:

100a+10b+c100a + 10b + c100a+10b+c

bu yerda:

- a — yuzlik xonadagi raqam ($1 \le a \le 9$),
- b — oʻnlik xonadagi raqam ($0 \le b \le 9$),
- c — birlik xonadagi raqam ($0 \le c \le 9$).

2. Raqamlarini teskari tartibda yozilgan son:

Teskari yozilgan son:

100c+10b+a

3. Ayirmani hisoblaymiz:

(100a+10b+c)−(100c+10b+a)

Oddiylashtiramiz:

100a−a+10b−10b+c−100c=99a−99c=99(a−c)

4. Ayirmaning moduli:

Ayirmaning moduli quyidagiga teng:

|99(a−c)|

Bu ifoda 99 ga bo‘linadi. Chunki:

99=9×1

Demak, **ayirma 9 ga ham, 11 ga ham bo‘linadi.**

5- misol

$333^{555}+555^{333}$ sonli ifodaning qiymati 37 ga bo’linishini isbotlang.

1-qadam: 333 va 555 sonlarini 37 ga bo‘lib, qoldiqlarini topamiz:

$$333\div 37=9, qoldiq=0\Rightarrow 333-37\times 9=0;$$
$$555\div 37=15, qoldiq=0\Rightarrow 555-37\times 15=0;$$

1-qadam: Ifodani modulda almashtiramiz: $333^{555}+555^{333}=0(\mathrm{mod}\ 37)$

$333^{555}+555^{333}$ ifoda 37 ga bo‘linadi.Chunki har ikki son 333 ham, 555 ham 37 ga bo‘linadi, demak ularning istalgan darajalari ham 37 ga bo‘linadi. Yig‘indisi ham shunga mos ravishda 37 ga bo‘linadi.

7.-misol

$11^{11}+12^{12}+13^{13}$ ifodaning qiymati 10 ga bo’linishini isbotlang.

1) $11^{11} \bmod 10$

Har qanday sonning 10 ga bo’linma qoldig’ini topish uchun uning oxirgi raqamiga etibor beramiz.11ning oxirgi raqami 1demak:

$11^{11}=1^{11}=1 \bmod 10$

2) $12^{12} \bmod 10$

12 ning oxirgi raqami 2, 2ning oxirgi raqami aylanishi

$2^1=2$

$2^2=4$

$2^3=8$

$2^4=16$

$2^{12}=6 \bmod 10$

3) $13^{13}= \bmod 10$

$3^{13}=3 \bmod 10$

Endi uchtasini qo’shamiz:

$11^{11}+12^{12}+13^{13}=1+6+3=10=0 \bmod 10$

8 - misol

Isbot qiling: 1) $\frac{171717}{252525}=\frac{1717}{2525}=\frac{17}{25}$; 2) $\frac{313131}{757575}=\frac{3131}{7575}=\frac{31}{75}$.

1) $171717=17\cdot 10101$ va $252525=25\cdot 10101$

Shuning uchun:

$$\frac{171717}{252525}=\frac{17\cdot 10101}{25\cdot 10101}=\frac{17}{25}$$

Shuningdek:

$$\frac{1717}{2525}=\frac{17\cdot 101}{25\cdot 101}=\frac{17}{25}$$

Demak, birinchi isbot to’g’ri.

2) $313131=31\cdot 10101$ va $757575=75\cdot 10101$

Shuning uchun:

$$\frac{313131}{757575}=\frac{31\cdot 10101}{75\cdot 10101}=\frac{31}{75}$$

Shuningdek: $\frac{3131}{7575}=\frac{31\cdot 101}{75\cdot 101}=\frac{31}{75}$ bu ham to’g’ri.. Ikkala tenglikda ham sonlar umumiy ko’paytuvchiga egadir.

9-misol

13 nafar qiz va 12 nafar o‘g‘il boladan tashkil topgan talabalar guruhidan bir nafar talaba tanlash imkoniyatlari sonini aniqlang.

$$C_{13}^{1}+C_{12}^{1}=\frac{13!}{12!}+\frac{12!}{11!}=13+12=25$$

10 – misol

:Universitetning “Matematik modellashtirish” kafedrasida 12 nafar professor-oʻqituvchilar boʻlib, ularning har biri oʻzbek va rus tillaridan tashqari yana hech boʻlmasa bitta chet tilini biladi. Professor oʻqituvchilarning 10 nafari tojik, 7 nafari ingliz, 6 nafari esa olmon tilini biladi. Agar professor-oʻqituvchilarning 5 nafari tojik va ingliz, 4 nafari tojik va olmon hamda 3 nafari ingliz va olmon tillarini bilsa, u holda oʻzbek va rus tillaridan tashqari a) uchala chet tilini, b) ikkita chet tilini, d) faqat ingliz tilini biladigan professor-oʻqituvchilar sonini aniqlang

Certainly, let's break down the problem in Uzbek.

Masala: Universitetning "Matematik modellashtirish" kafedrasida 12 nafar professor-o'qituvchi bor. Ularning har biri o'zbek va rus tillaridan tashqari kamida bitta chet tilini biladi.

* 10 nafari tojik tilini biladi.

* 7 nafari ingliz tilini biladi.

* 6 nafari olmon tilini biladi.

Quyidagilarni biladigan professor-o'qituvchilar sonini aniqlashimiz kerak:

* a) uchala chet tilini biladiganlar;

* b) ikkita chet tilini biladiganlar;

* d) faqat ingliz tilini biladiganlar.

Yechim:

Venn diagrammasi orqali yechish qulay bo'ladi.

A = tojik tili biladiganlar to'plami

B = ingliz tili biladiganlar to'plami

C = olmon tili biladiganlar to'plami

Berilganlar:

$|A| = 10$

$|B| = 7$

$|C| = 6$

Jami professor-o'qituvchilar soni = 12. Har biri kamida bitta chet tilini bilgani uchun, $|A \vee B \vee C| = 12$.

Quyidagi ma'lumotlar ham berilgan:

* 5 nafari tojik va ingliz tillarini biladi: $|A \vee B| = 5$
* 4 nafari tojik va olmon tillarini biladi: $|A \vee C| = 4$
* 3 nafari ingliz va olmon tillarini biladi: $|B \vee C| = 3$

a) Uchala chet tilini biladiganlar soni ($|A \vee B \vee C|$):

Kiritish-chiqarish prinsipi formulasidan foydalanamiz:

$$|A \vee B \vee C| = |A| + |B| + |C| - |A \vee B| - |A \vee C| - |B \vee C| + |A \vee \vee C|$$

Qiymatlarni qo'yamiz:

$12 = 10 + 7 + 6 - 5 - 4 - 3 + |A \vee B \vee C|$

$12 = 23 - 12 + |A \vee B \vee C|$

$12 = 11 + |A \vee B \vee C|$

$|A \vee B \vee C| = 12 - 11$

$|A \vee B \vee C| = 1$

Demak, 1 nafar professor-o'qituvchi uchala chet tilini ham biladi.

b) Ikkita chet tilini biladiganlar soni:

Faqat ikkita tilni biladiganlar sonini topish uchun, umumiy kesishmalaridan uchala tilni biladiganlar sonini ayiramiz:

* Faqat tojik va ingliz tillarini biladiganlar: $|A \vee B| - |A \vee B \vee C| = 5 - 1 = 4$

* Faqat tojik va olmon tillarini biladiganlar: $|A \vee C| - |A \vee B \vee C| = 4 - 1 = 3$

* Faqat ingliz va olmon tillarini biladiganlar: $|B \vee C| - |A \vee B \vee C| = 3 - 1 = 2$

Jami ikkita chet tilini biladiganlar soni: $4 + 3 + 2 = 9$

Demak, 9 nafar professor-o'qituvchi faqat ikkita chet tilini biladi.

d) Faqat ingliz tilini biladiganlar soni:

Faqat ingliz tilini biladiganlar sonini topish uchun, ingliz tili biladiganlar sonidan, ingliz tili bilan boshqa tillar kesishmalarini qo'shib, uchala tilni biladiganlar sonini ayiramiz:

Faqat ingliz tilini biladiganlar = |B| - (faqat ingliz va tojik) - (faqat ingliz va olmon) - (uchala til)

Faqat ingliz tilini biladiganlar = 7 - 5 - 3 + 1

Faqat ingliz tilini biladiganlar = 7 - 8 + 1

Faqat ingliz tilini biladiganlar = 0

Demak, 0 nafar professor-o'qituvchi faqat ingliz tilini biladi

a) Uchala chet tilini biladiganlar soni: 1 nafar

b) Ikkita chet tilini biladiganlar soni: 9 nafar

d) Faqat ingliz tilini biladiganlar soni: 0 nafar

11 = misol

Savatda 4 ta anor, 5 ta nok va 6 ta olma bor. Savatdan bittadan anor, nok va olmani tanlashni necha usulda amalga oshirish mumkin?

Yechish:Berilgan: Anorlar soni — 4 ta. Noklar soni — 5 ta. Olmalar soni — 6 ta

Biz har bir mevadan bittadan tanlaymiz. Ya'ni, 1 ta anor, 1 ta nok, 1 ta olma tanlanadi.Bu tanlashlar bir-biridan mustaqil boʻlganligi uchun jami usullar soni koʻpaytma qoidasiga asosan hisoblanadi. Koʻpaytma qoidasiga koʻra, agar birinchi amal xil, ikkinchi amal xil, va uchinchi amal xil usulda bajarilsa, u holda uchala amal ketma-ketligi xil usulda bajarilishi mumkin. Demak, bizda:

$Umumiy \quad usullar \quad soni = 4*5*6 = 120 \quad ta$

Javob:120 xil usulda bittadan anor, nok va olma tanlash mumkin

19-misol

.Elektropoyezd svetofor yonidan 5 sekundda, uzunligi 150 m bo’gan platforma yonidan esa 15 sekundda o‘tdi. Elektropoyezdning uzunligi va uning tezligi qancha?

Yechish: $t_1 = 5$, $t_2 = 15$, $S_1 = 150$, $S_P = ?$, $v_P = ?$

$\frac{S_1 + S_P}{15} = v_P \qquad \frac{S_P}{5} = v_P$

$\frac{S_1 + S_P}{15} = \frac{S_P}{5}$

$$5*(150 + S_P) = 15*S_P$$
$$750 + 5*S_P = 15*S_P$$
$$10*S_P = 750$$
$$S_P = 75$$

$$\frac{S_P}{5} = v_P$$
$$\frac{75}{5} = v_P$$
$$v_P = 15$$

Javob: $S_P = 75, v_P = 15$

Bizga poyezdning uzunligi va tezligi so”raglan.Poyezdning uzunligini $S_P = ?$ va tezligini $v_P = ?$ bilan belgilab oldik.Uzunligi 75 metr va tezligi 15 m/s chiqdi.

1 1, 3, 6 va 8 raqamlaridan foydalanib o‘nli sanoq tizimida bir, ikki, uch, to‘rt xonali barcha sonlarni yozing.

Ikki xonali son uchun.

Agar raqamlari takrorlanadigan bo’lsa $4*4 = 16$ shunday hisoblanadi.

Agar takrorlanmaydigan bo’lsa, $4*3 = 12$ bo’ladi.

Demak raqamlari takrorlanadigan bo’lsa 16 xil, takrorlanmaydigan bo’lsa 12 xil ikki xonali son tuzish mumkin ekan.

Uch xonali son uchun.

Agar raqamlari takrorlanadigan bo’lsa $4*4*4=64$ bo’ladi.

Agar takrorlanmaydigan bo’lsa $4*3*2=24$ bo’ladi.

Demak, raqamlari takrorlansa 64 xil, raqamlari takrorlanmasa 24 xil uch xonali son tuzish mumkin ekan.

To’rt xonali son uchun

Agar raqamlari takrorlanadigan bo’lsa, $4*4*4*4=256$ bo’ladi.

Agar raqamlari takrorlanmasa $4*3*2*1=24$ bo’ladi.

Demak raqamlari takrorlansa 256 xil, takrorlanmasa 24 xil 4 xonali son tuzish mumkin.

2. Maktab kutubxonasida 4 xil matematika, 2 xil fizika va 3 xil tarix faniga doir kitoblar bor. Doston turli fanga oid ikkita kitobni uyda o‘qish uchun olmoqchi. U buni necha usulda amalga oshirishi mumkin?

$$4*2=8$$
$$4*3=12$$
$$2*3=6$$
$$S=8+12+6=26$$

Javob: 26

9. 13 nafar qiz va 12 nafar o‘g‘il boladan tashkil topgan talabalar guruhidan bir nafar talaba tanlash imkoniyatlari sonini aniqlang.

$$13+12=25$$
$$C_1^{25}=\frac{25!}{1!24!}=25$$

Ja
vob:25

16 - misol

5 ta oq, 2 ta qizil va 4 ta sariq atirgul bor. Uchta har xil guldan iborat guldastani necha usulda tuzish mumkin?

Yechish:

1. **Oq atirgulni tanlash usullari: 5 xil usulda.**
2. **Qizil atirgul tanlash usullari: 2 xil.**
3. **Sariq atirgul tanlash usullari: 4 xil.**

Demak, jami guldasta tuzish usullari soni:

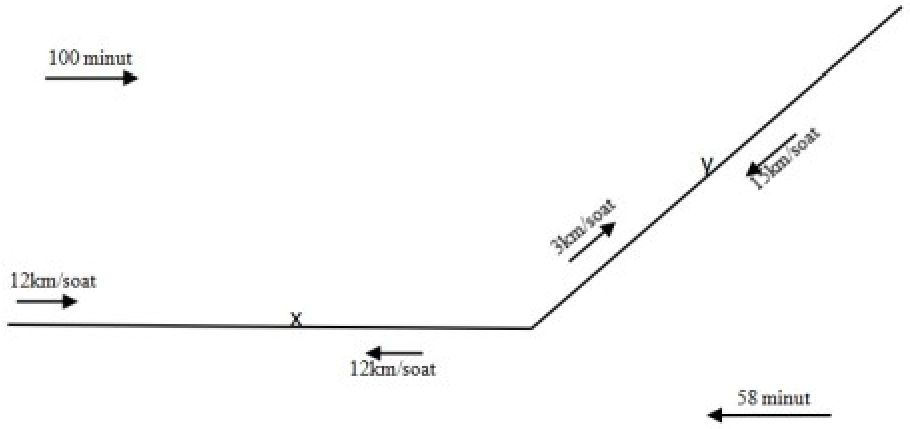
5*2*4= 40

Javob: 40 xil usulda.

20-misol

Fermer xoʻjaligidan shaharga boradigan yoʻl avval tekis boʻlib, soʻngra esa tepalikka koʻtariladi. Fermer xizmatchisi velosipedda yoʻlning tekis qismini 12 km/soat tezlik bilan bosib oʻtdi. Tepalikka esa 3 km/soat tezlik bilan piyoda koʻtarildi va yoʻlga chiqqanidan 1 soat-u 40 minutdan keyin shaharga yetib keldi. Qaytishda tepalik yoʻlni 15 km/soat tezlik bilan, tekis yoʻlni esa 12 km/soat tezlik bilan bosib oʻtdi va shahardan chiqqanidan 58 minut oʻtganidan keyin qishloqqa yetib keldi. Xoʻjalikdan shahargacha necha kilometr?

$S = x + y$ umumiy masofa.



Tekislikni t vaqtda bosib o‘tgan deb hisoblaylik, tepalikka $\frac{100}{60}-t$ vaqtda chiqadi.

Tekislikda borish va qaytish tezliklar teng bo‘lganligi sababli qaytishda ham tekislikdagi vaqt t ga teng bo‘ladi. Tepalikdan qaytish vaqti $\frac{58}{60}-t$ ga teng bo‘ladi.

$$y=(\frac{100}{60}-t)\cdot 3=(\frac{58}{60}-t)\cdot 15$$

$$\frac{5}{3}-t=\frac{29}{6}-5t$$

$$4t=\frac{19}{6}$$

$$t=\frac{19}{24}$$

$$x=12\cdot t$$

$$x=12\cdot\frac{19}{24}=9.5$$

$$y=3\cdot(\frac{5}{3}-t)$$

$$y=3\cdot(\frac{5}{3}-\frac{19}{24})=5-\frac{19}{8}=\frac{21}{8}$$

$$S=x+y=\frac{19}{2}+\frac{21}{8}=\frac{97}{8}$$

21 - misol

A qishloqdan B bekatga qarab piyoda kishi yo‘lga chiqdi. Oradan 1 soat-u 24 minut o‘tgandan keyin xuddi shu yo‘nalishda A dan velosipedchi yo‘lga chiqdi va 1 soat o‘tgandan keyin velosipedchining piyoda kishiga yetishiga 1 km bor edi. Oradan

yana bir soat o‘tganidan keyin esa velosipedchi B ga yetib borishi uchun piyoda kishiga qaraganda ikki marta kam masofa qoldi. Agar AB masofa 27 km ga teng ekanligi ma’lum bo‘lsa, piyoda kishining va velosipedchining tezliklarini toping.

ISHLANISHI:

Berilgan:

$v_p = v_1$

$v_v = v_2$

$t_1 = 1,04$

$t_2 = 1$

$S = 27$

$v_1 = ?$

$v_2 = ?$

Yechim:

$S = v * t$

$v_1 * (t_1 + t_2) - v_2 * t_2 = 1000$

$27000 - v_2 * 2 = (27000 - v_1 * 3,04) * 2$

$v_1 * 2,04 - v_2 = 1000$

$6,08 * v_1 - 2v_2 = 27000$

$-2 * v_1 = -25000$

$v_1 = 12500$

$v_2 = 12000$

Xulosa: Kombinatorika mavzusida natural sonlarni ixtiyoriy songa bo’linshini isbotladik